

Задание № 1

Задача 1

В кошельке лежат две монеты на общую сумму 7 руб. Одна из них не 5 руб. Что это за монеты?

Решение

7 рублей двумя монетами можно набрать только одним способом: 5 рублей и 2 рубля. Так как одна из монет не 5 рублей, то она является монетой в 2 рубля, а другая монета в 5 рублей.

Ответ. 2 рубля и 5 рублей.

Задача 2

Сумма двух цифр a и b делится на 14. Докажите, что число \overline{aba} делится на 7. Будет ли число \overline{aba} делиться на 2? (Ответ обосновать.)

Решение

1 способ.

Представим число $\overline{aba} = 100a + 10b + a = 101a + 10b = 10(a + b) + 91a$. По условию задачи $a + b$ делится на $14 = 7 \cdot 2$, следовательно, $a + b$ делится на 7, $91 = 7 \cdot 13$, то есть 91 делится на 7, значит, $10(a + b)$ и $91a$ делятся на 7, следовательно, число \overline{aba} делится на 7.

Так как $\overline{aba} = 10(a + b) + 91a$ и $10(a + b)$ является числом четным, а 91 является числом нечетным, то число \overline{aba} не обязательно будет делиться на 2, например, 595 не делится на 2, а $9 + 5 = 14$.

2 способ. Сумма двух цифр не превышает $9 \cdot 2 = 18$, значит, из условия, что $a + b$ делится на 14, следует, что $a + b = 14$. 14 в виде суммы двух цифр можно представить тремя способами: $14 = 9 + 5 = 8 + 6 = 7 + 7$, следовательно, условию задачи удовлетворяют пять трехзначных чисел: 595, 959, 868, 686, 777.

$595 = 7 \cdot 85$; $959 = 7 \cdot 137$; $868 = 7 \cdot 124$; $686 = 7 \cdot 98$; $777 = 7 \cdot 111$, таким образом, все числа, удовлетворяющие условию задачи, делятся на 7, следовательно, если $a + b$ делится на 14, то число \overline{aba} делится на 7.

Из пяти чисел, удовлетворяющих условию задачи, три не делятся на 2: 595, 959 и 777, следовательно, если $a + b$ делится на 14, то число \overline{aba} не обязательно будет делиться на 2.

Задача 3

Три швеи берутся выполнить заказ. Одна из них может выполнить заказ за 36 дней, первые две швеи два таких заказа, работая вместе, могут выполнить за 45 дней. За сколько дней смогут выполнить заказ первая и третья швеи, работая вместе, если втроем они выполняют заказ за 15 дней?

Решение

Так как одна швея может выполнить заказ за 36 дней, то за один день она может выполнить $\frac{1}{36}$ часть заказа. Вместе со второй швеей они могут выполнить два таких заказа за 45 дней, следовательно, вместе за один день они могут выполнить $\frac{2}{45}$ части заказа. Втроем швеи выполняют заказ за 15 дней, значит, работая втроем, за один день они выполняют $\frac{1}{15}$ часть заказа. Найдем, какую часть заказа выполняет третья швея за один день: $\frac{1}{15} - \frac{2}{45} = \frac{3-2}{45} = \frac{1}{45}$, то есть третья швея выполняет за день $\frac{1}{45}$ часть заказа, значит, работая вместе с первой швеей, они за один день выполняют $\frac{1}{36} + \frac{1}{45} = \frac{5+4}{9 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{9}{9 \cdot 20} = \frac{1}{20}$ часть заказа, следовательно, весь заказ они выполняют за 20 дней.

Ответ. За 20 дней.

Задача 4

Собрали 100 кг яблок. После сортировки 80% собранных яблок отправили в магазин для продажи. В магазине 6% поступивших яблок испортились, поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов яблок было продано?

Решение

В магазин для продажи отправили $100 \cdot 0,8 = 80$ килограммов яблок. В магазине было продано $100\% - 6\% = 94\%$ поступивших яблок или $80 \cdot 0,94 = 75,2$ килограмма яблок.

Ответ. 75,2 кг.

Задача 5

В трех семьях мужья на 5 лет старше своих жен. Известно, что Алексей на 1 год моложе Ольги, Ивану и Софии вместе 60 лет, а Павлу и Инне вместе 54 лет. Кто на ком женат?

Решение

Так как Алексей на 1 год моложе Ольги, то он не может быть женат на Ольге. В каждой семье муж старше жены на 5 лет, значит, возраст одного из супругов число четное, а другого – число нечетное, следовательно, суммарный возраст мужа и жены будет числом нечетным. Тогда Иван не может быть женат на Софии, а Павел не может быть женат на Инне. Остается два возможных случая.

1. Алексей женат на Софии, тогда Павел женат на Ольге, а Иван – на Инне. Тогда, если Алексею x лет, то Софии – $(x-5)$ лет, Ивану – $60 - (x-5) = 65 - x$ (лет), Инне – $(60 - x)$ лет, Павлу – $54 - (60 - x) = x - 6$ (лет), Ольге – $(x-11)$ лет. Таким образом, получили, что Ольга на 11 лет моложе Алексея, а это противоречит условию задачи. Значит, этот случай не возможен.

2. Алексей женат на Инне, тогда Иван женат на Ольге, а Павел – на Софии. Тогда, если Алексею x лет, то Инне – $(x-5)$ лет, Павлу – $54 - (x-5) = 59 - x$ (лет), Софии – $(54 - x)$ лет, Ивану – $60 - (54 - x) = x + 6$ (лет), Ольге – $(x+1)$ год. Таким образом, Ольга на 1 год старше Алексея, что удовлетворяет условию задачи.

Ответ. Алексей женат на Инне, Иван женат на Ольге, Павел женат на Софии.