7 класс **2024-2025 уч.г.**

Задание № 2

Задача 1

Определите первоначальную стоимость товара, если после подорожания сначала на 120%, затем на 200% и на 100% его конечная стоимость составила 26400 руб.

Решение.

Пусть первоначальная стоимость товара равна x руб. После подорожания на 120% стоимость товара стала равна $x + 1{,}2x = 2{,}2x$ (руб.). После следующего подорожания на 200% стоимость товара стала равна $2{,}2x + 2\cdot 2{,}2x = 6{,}6x$ (руб.). После последнего подорожания на 100% конечная стоимость товара составила $6{,}6x + 6{,}6x = 13{,}2x$ (руб.), что по условию задачи равно 26400 руб. Получаем уравнение:

$$13{,}2x = 26400,$$

$$x = 264000:132,$$

$$x = 2000.$$

Ответ. 2000 руб.

Задача 2

Найдите дробь, знаменатель которой равен 25, такую, что она больше, чем $\frac{7}{17}$, и меньше, чем $\frac{8}{17}$.

Решение.

Так как $\frac{7}{17} = \frac{7\cdot 25}{17\cdot 25} = \frac{175}{17\cdot 25}$, а $\frac{8}{17} = \frac{8\cdot 25}{17\cdot 25} = \frac{200}{17\cdot 25}$, то для того, чтобы найти дробь со знаменателем, равным 25, которая больше, чем $\frac{7}{17}$, и меньше, чем $\frac{8}{17}$, нужно найти число, которое кратно 17, больше 175 и меньше 200. В силу того, что $17 \cdot 10 = 170 < 175$, а $17 \cdot 12 = 204 > 200$, единственным натуральным числом, которое кратно 17, больше 175 и меньше 200 является число 187: $175 < 187 = 17 \cdot 11 < 200$. Следовательно, единственной дробью, знаменатель которой равен 25, такой, что она больше, чем $\frac{7}{17}$, и меньше, чем $\frac{8}{17}$ является дробь $\frac{11}{25}$, а именно $\frac{7}{17} = \frac{175}{17 \cdot 25} < \frac{187}{17 \cdot 25} = \frac{17 \cdot 11}{17 \cdot 25} = \frac{11}{25} < \frac{200}{17 \cdot 25} = \frac{8}{17}$.

Ответ. $\frac{11}{25}$.

Задача 3

Спортсмен, бегущий по шоссе со скоростью 16 км/ч, миновал населенный пункт на 20 мин раньше велосипедиста, следующего в том же направлении. Через сколько времени велосипедист догонит бегуна, если скорость бегуна на 5 км/ч меньше скорости велосипедиста?

Решение.

Так как скорость бегуна на 5 км/ч меньше скорости велосипедиста, а спортсмен и велосипедист двигаются в одном и том же направлении, то скорость сближения велосипедиста и спортсмена равна разности их скоростей, т.е. равна 5 км/ч. 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч. К тому времени, как велосипедист проедет населенный пункт, спортсмен будет от этого населенного пункта на расстоянии $16 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$ (км). Учитывая, что скорость сближения спортсмена и велосипедиста равна 5 км/ч, велосипедист догонит бегуна через $\frac{16}{3} : 5 = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$ (ч) = 1 ч 4 мин.

Ответ. Через 1 ч 4 мин после того, как велосипедист проедет населенный пункт.

Задача 4

Найдите все натуральные числа, меньшие 100000, которые делятся на 2024 и у которых сумма их цифр равна 24.

Решение.

Обозначим искомое число x. Так как x делится на 2024, то $x = 2024n$, где n – число натуральное. По условию задачи $x < 100000$, т.е. $2024n < 100000$, $n < \frac{100000}{2024} = \frac{12500}{253} = 49\frac{103}{253}$, значит, $n \le 49$. Так как сумма цифр числа x равна 24, а 24 делится на 3, но не делится на 9, то и искомое число x делится на 3 и не делится на 9. Сумма цифр числа 2024 равна 8, 8 не делится на 3, значит, 2024 не делится на 3. Тогда n должно делиться на 3, но не должно делиться на 9.

Рассмотрим все значения n от 1 до 49 включительно, которые делятся на 3 и не делятся на 9: 3, 6, 12, 15, 21, 24, 30, 33, 39, 42, 48.

Если $n = 3$, то $x = 2024 \cdot 3 = 6072$, $6 + 0 + 7 + 2 = 15 \ne 24$, значит, число 6072 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 6$, то $x = 2024 \cdot 6 = 12144$, $1 + 2 + 1 + 4 + 4 = 12 \ne 24$, значит, число 12144 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 12$, то $x = 2024 \cdot 12 = 24288$, $2 + 4 + 2 + 8 + 8 = 24$, значит, число 24288 **удовлетворяет** условию задачи.

Если $n = 15$, то $x = 2024 \cdot 15 = 30360$, $3 + 0 + 3 + 6 + 0 = 12 \ne 24$, значит, число 30360 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 21$, то $x = 2024 \cdot 21 = 42504$, $4 + 2 + 5 + 0 + 4 = 15 \ne 24$, значит, число 42504 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 24$, то $x = 2024 \cdot 24 = 48576$, $4 + 8 + 5 + 7 + 6 = 30 \ne 24$, значит, число 48576 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 30$, то $x = 2024 \cdot 30 = 60720$, $6 + 0 + 7 + 2 + 0 = 15 \ne 24$, значит, число 60720 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 33$, то $x = 2024 \cdot 33 = 66792$, $6 + 6 + 7 + 9 + 2 = 30 \neq 24$, значит, число 66792 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 39$, то $x = 2024 \cdot 39 = 78936$, $7 + 8 + 9 + 3 + 6 = 33 \neq 24$, значит, число 78936 не удовлетворяет условию задачи.

Если $n = 42$, то $x = 2024 \cdot 42 = 85008$, $8 + 5 + 0 + 0 + 8 = 21 \neq 24$, значит, число 85008 не удовлетворяет условию задачи.

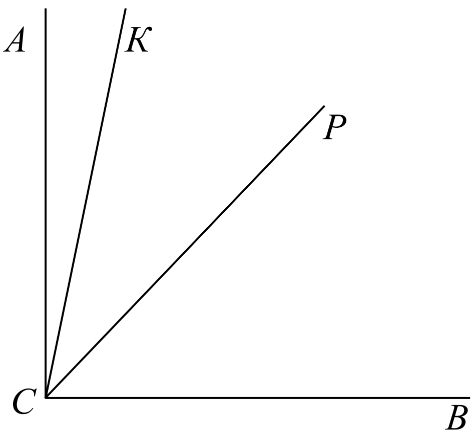
Если $n = 48$, то $x = 2024 \cdot 48 = 97152$, $9 + 7 + 1 + 5 + 2 = 24$, значит, число 97152 **удовлетворяет** условию задачи.

Ответ. 24288, 97152.

Задача 5

Прямой угол двумя лучами, выходящими из его вершины, разделен на три угла, один из которых равен разности двух других. Найдите величину большего из этих углов.

Решение.



Пусть $\angle ACB = 90°$, лучи CK и CP делят угол ABC на три угла: $\angle ACK$, $\angle KCP$ и $\angle PCB$, причем $\angle ACK = \angle PCB - \angle KCP$. Так как $\angle ACK = \angle PCB - \angle KCP$, то $\angle ACK < \angle PCB$ и $\angle KCP < \angle PCB$, т.е. $\angle PCB$ – наибольший из углов ACK, KCP и PCB.

$\angle ACB = \angle ACK + \angle KCP + \angle PCB$. Учитывая, что $\angle ACB = 90°$, $\angle ACK = \angle PCB - \angle KCP$, получаем

$$\angle PCB - \angle KCP + \angle KCP + \angle PCB = 90°,$$

$$2\angle PCB = 90°,$$

$$\angle PCB = 45°.$$

Ответ. 45°.