Задание № 2

Задача 1

За 2022 год число жителей населенного пункта N уменьшилось на 3%, за 2023 год уменьшилось еще на 7%, а за 2024 год число жителей увеличилось на 6%. Увеличилось или уменьшилось число жителей населенного пункта N за три года (2022, 2023 и 2024) и на сколько процентов?

Решение.

Обозначим за x число жителей населенного пункта N в начале 2022 года. За 2022 год число жителей уменьшилось на 3%, т.е. в конце 2022 года в населенном пункте N было $0{,}97x$ жителей. За 2023 год число жителей уменьшилось еще на 7%, поэтому в конце 2023 года в населенном пункте N было $0{,}93\cdot 0{,}97x = 0{,}9021x$ жителей. За 2024 год число жителей увеличилось на 6%, значит, в конце 2024 года в населенном пункте N было $1{,}06\cdot 0{,}9021x = 0{,}956226x$ жителей. Так как $0{,}956226x < x$, то за три года (2022, 2023 и 2024) число жителей населенного пункта N уменьшилось на

$$\frac{x - 0{,}956226x}{x}\cdot 100\% = 4{,}3774\%.$$

Ответ. За три года (2022, 2023 и 2024) число жителей населенного пункта N уменьшилось на 4,3774%.

Задача 2

Вычислить как можно проще сумму

$$\frac{12}{2001\cdot 2005}+\frac{12}{2005\cdot 2009}+\frac{12}{2009\cdot 2013}+\frac{12}{2013\cdot 2017}+\frac{12}{2017\cdot 2021}+\frac{12}{2021\cdot 2025}.$$

Решение.

Заметим, что в знаменателе каждой дроби стоит два множителя, причем второй на 4 больше первого ($2005 - 2001 = 2009 - 2005 = 2013 - 2009 = 2017 - 2013 = 2021 - 2017 = 2025 - 2021 = 4$), поэтому числитель каждой дроби представим в виде произведения 3 и разности множителей, стоящих в знаменателе. Далее общий множитель 3 вынесем за скобки, а каждое слагаемое в скобках представим в виде разности двух дробей. Получим:

$$\frac{12}{2001\cdot 2005}+\frac{12}{2005\cdot 2009}+\frac{12}{2009\cdot 2013}+\frac{12}{2013\cdot 2017}+\frac{12}{2017\cdot 2021}+\frac{12}{2021\cdot 2025}=$$

$$=\frac{3\cdot(2005-2001)}{2001\cdot 2005}+\frac{3\cdot(2009-2005)}{2005\cdot 2009}+\frac{3\cdot(2013-2009)}{2009\cdot 2013}+\frac{3\cdot(2017-2013)}{2013\cdot 2017}+$$

$$+\frac{3\cdot(2021-2017)}{2017\cdot 2021}+\frac{3\cdot(2025-2021)}{2021\cdot 2025}=$$

$$=3\cdot\left(\frac{1}{2005}-\frac{1}{2001}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2005}+\frac{1}{2013}-\frac{1}{2009}+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2013}+\frac{1}{2021}-\frac{1}{2017}+\frac{1}{2025}-\frac{1}{2021}\right)=$$

$$=3\cdot\left(\frac{1}{2025}-\frac{1}{2001}\right)=\frac{3\cdot(2025-2001)}{2025\cdot 2001}=\frac{3\cdot 24}{2025\cdot 2001}=\frac{8}{225\cdot 2001}=\frac{8}{450225}.$$

Ответ.

$$\frac{12}{2001\cdot 2005}+\frac{12}{2005\cdot 2009}+\frac{12}{2009\cdot 2013}+\frac{12}{2013\cdot 2017}+\frac{12}{2017\cdot 2021}+\frac{12}{2021\cdot 2025}=\frac{8}{450225}.$$

Задача 3

Масса трех деталей 105 кг. Масса второй детали составляет 90% массы первой детали, а масса третьей детали составляет $\frac{2}{9}$ массы второй детали. Найдите массу каждой детали.

Решение.

Пусть масса первой детали равна x кг, тогда масса второй детали равна $0{,}9x$ кг, а масса третьей детали равна $\frac{2}{9}\cdot 0{,}9x = 0{,}2x$ (кг). Масса трех деталей равна $x + 0{,}9x + 0{,}2x = 2{,}1x$(кг), что по условию задачи составляет 105 кг. Получаем уравнение

$$2{,}1x = 105;$$

$$x = 105:2{,}1;$$

$$x = 50.$$

Таким образом, масса первой детали равна 50 кг, второй – $0{,}9\cdot 50 = 45$ (кг), третьей – $0{,}2\cdot 50 = 10$ (кг).

Ответ. Масса первой детали равна 50 кг, второй – 45 кг, третьей – 10 кг.

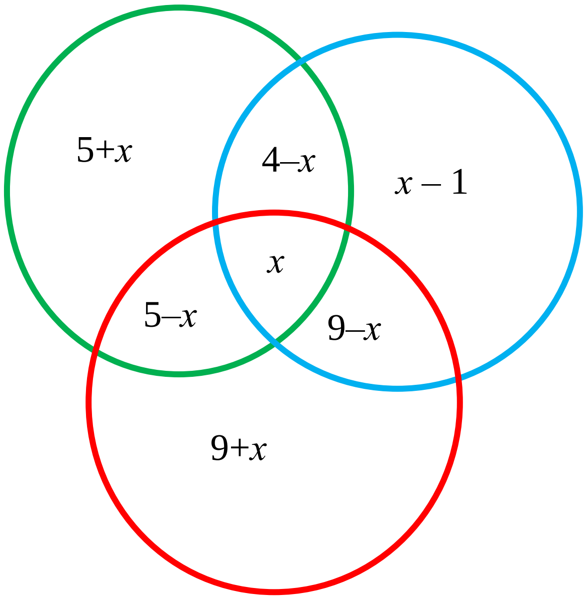
Задача 4

В классе 35 учеников. За первую четверть пятерки по русскому языку имели 14 учеников; по математике – 12; по истории – 23. По русскому и математике – 4; по математике и истории – 9; по русскому языку и истории – 5. Сколько учеников имеют пятерки по всем трем предметам, если в классе нет ни одного ученика, не имеющего пятерки хотя бы по одному из этих предметов?

Решение.

Для решения задачи воспользуемся кругами Эйлера. Обозначим в виде зеленого круга всех учащихся класса, получивших за первую четверть пятерку по русскому языку, в виде голубого – пятерку по математике, в виде красного – пятерку по истории.

Обозначим за x – количество учащихся класса, получивших за первую четверть пятерку по всем трем предметам. Тогда ровно две пятерки за первую четверть по трем указанным предметам получили:



– по русскому языку и математике – $4 - x$ учащихся класса;

– русскому языку и истории – $5 - x$ учащихся класса;

– по математике и истории – $9 - x$ учащихся класса.

Найдем теперь количество учащихся, получивших за первую четверть пятерку только по одному из трех указанных предметов:

– только по русскому языку $14 - (4 - x) - (5 - x) - x = 14 - 4 + x - 5 + x - x = 5 + x$ учащихся класса получили пятерку за первую четверть;

– только по математике $12 - (4 - x) - (9 - x) - x = 12 - 4 + x - 9 + x - x = x - 1$ учащихся класса получили пятерку за первую четверть;

– только по истории $23 - (5 - x) - (6 - x) - x = 23 - 5 + x - 9 + x - x = 9 + x$ учащихся класса получили пятерку за первую четверть.

По условию задачи каждый из учащихся класса за первую четверть получил пятерку хотя бы по одному из трех указанных предметов и всего в классе 35 человек. Получаем уравнение:

$$(5 + x) + (x - 1) + (9 + x) + (9 - x) + (5 - x) + (4 - x) + x = 35;$$

$$5 + x + x - 1 + 9 + x + 9 - x + 5 - x + 4 - x + x = 35;$$

$$31 + x = 35;$$
$$x = 4.$$

Таким образом, по всем трем указанным предметам пятерку за первую четверть получили 4 учащихся класса.

Ответ. 4 человека за первую четверть получили пятерку и по русскому языку, и по истории, и по математике.

Задача 5

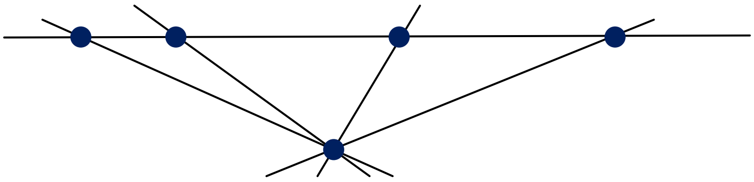
На плоскости отмечено пять различных точек. Сколько прямых, проходящих не менее, чем через две точки можно провести? Рассмотрите все возможные варианты.

Решение.

1 случай. Все пять отмеченных точек лежат на одной прямой. Тогда

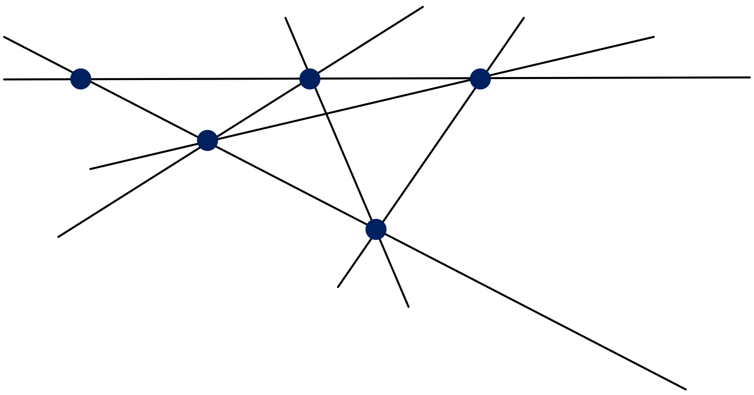
можно провести только одну прямую, проходящую через любые две из пяти отмеченных точек.

2 случай. Четыре из пяти отмеченных точек лежат на одной прямой,



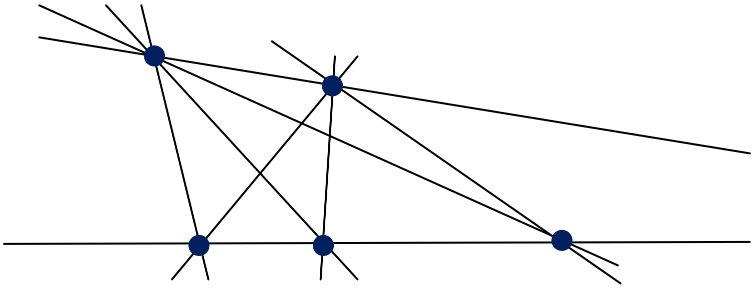
пятая точка не лежит на прямой, проходящей через остальные четыре точки. В этом случае можно провести 5 различных прямых, каждая из которых проходит не менее, чем через две из отмеченных точек.

3 случай. Ни какие четыре из отмеченных точек не лежат на одной



прямой. Три из пяти отмеченных точек лежат на одной прямой, две оставшиеся точки не лежат на прямой, проходящей через первые три точки, но при этом прямая, проходящая через две последние точки проходит и через одну из первых трех точек. В этом случае можно провести 6 различных прямых, каждая из которых проходит не менее, чем через две из отмеченных точек.

<u>4 случай.</u> Ни какие четыре из отмеченных точек не лежат на одной прямой. Три из пяти отмеченных точек лежат на одной прямой, две оставшиеся точки не лежат на прямой, проходящей через первые три точки, и прямая, проходящая через две последние точки не проходит ни через одну из первых трех точек. В этом случае можно провести 8 различных прямых, каждая из которых проходит не менее, чем через две из отмеченных точек.



<u>5 случай.</u> Никакие три из отмеченных точек не лежат на одной прямой. В этом случае можно провести 10 различных прямых, каждая из которых проходит через две из отмеченных точек.